*Emiliano González Flores - IES Vicente Aleixandre (Pinto)*

**Problema.**

Consiste en determinar las ecuaciones de un M.A.S. a partir de los parámetros del oscilador y de las condiciones iniciales del movimiento. Dichas condiciones son las soluciones particulares de las ecuaciones del movimiento para $t=0$

El procedimiento se puede generalizar fácilmente al caso en el que se conozcan los parámetros y otras soluciones particulares de las ecuaciones en otros instantes distintos al inicial, $t \neq 0$

**Observación.** Supongamos una ecuación de la elongación en función del seno y unos parámetros conocidos tales como los que se dan a continuación :

$$x(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi_o)$$

Los parámetros del oscilador son : $\omega = \frac{\pi}{3}\ \mathrm{rad} \cdot s^{-1}, A = 5\,m$

Las ecuaciones generales del movimiento del oscilador serán:

$$x(t) = 5\,\mathrm{sen}(\tfrac{\pi}{3}\,t + \varphi_o\,)\,,(m)$$

$$v(t) = 5\,\tfrac{\pi}{3}\cos\left(\tfrac{\pi}{3}\,t + \varphi_o\right),(m/s)$$

$$a(t) = -5\,\tfrac{\pi^2}{9}\,\mathrm{sen}(\tfrac{\pi}{3}\,t + \varphi_o\,) = -\omega^2\,x(t), (m/s^2)$$

Nos quedaría por determinar la fase inicial $\varphi_o$ que dependerá de las condiciones iniciales del movimiento. El procedimiento para obtener $\varphi_o$ se da en los siguientes ejemplos :

**Ejemplo 1.**

Supongamos que el oscilador se encuentra en el instante inicial en el origen de coordenadas, y en ese momento comienza a moverse hacia la derecha (velocidad inicial en sentido positivo: $v_o > 0$) las Condiciones Iniciales serán : $t=0$ , $x_o=0$ , $v_o>0$ luego :

$$x_o = x(0) = 5\,\mathrm{sen}(\tfrac{\pi}{3}\cdot 0 + \varphi_o\,) = 0$$

$$\mathrm{sen}(\varphi_o) = 0$$

$$\varphi_o = 0 \pm n\pi\,, \mathrm{con}\ n = 0, 1, 2...$$

La fase inicial será $\varphi_o = 0$ , de esa forma :

$$x_o = 0$$

$$v_o = v(0) = 5\,\tfrac{\pi}{3}\cos\left(\tfrac{\pi}{3}\cdot 0 + 0\right) = 5\,\tfrac{\pi}{3} > 0$$

Las ecuaciones particulares del oscilador, con las condiciones iniciales dadas, serán:

$$x(t) = 5\,\mathrm{sen}(\tfrac{\pi}{3}\,t)\,,(m)$$

$$v(t) = 5\,\tfrac{\pi}{3}\cos\left(\tfrac{\pi}{3}\,t\right),(m/s)$$

$$a(t) = -5\,\tfrac{\pi^2}{9}\,\mathrm{sen}(\tfrac{\pi}{3}\,t)\,,(m/s^2)$$

**Ejemplo 2.**

Supongamos ahora que el oscilador se encuentra en el instante inicial en un punto de elongación a la derecha $x_o = 2.5\,m$) y que en ese momento se está moviendo hacia la izquierda (velocidad inicial : $v_o < 0$) las Condiciones Iniciales serán : $t = 0$ , $x_o = +2.5$ , $v_o < 0$ luego :

$$x_o = x(0) = 5\,\mathrm{sen}(\tfrac{\pi}{3} \cdot 0 + \varphi_o) = 2.5$$

$$\mathrm{sen}(\varphi_o) = \tfrac{1}{2}$$

$$\varphi_o = \tfrac{\pi}{6} \pm 2\pi \,,\, \mathrm{con}\, n = 0, 1, 2...$$
$$\varphi_o = \tfrac{5\pi}{6} \pm 2\pi \,,\, \mathrm{con}\, n = 0, 1, 2...$$

La fase inicial será $\varphi_o = \frac{5\pi}{6}$ , de esa forma :

$$x_o = 2.5$$

$$v_o = v(0) = 5\,\tfrac{\pi}{3}\cos(\tfrac{\pi}{3} \cdot 0 + \tfrac{5\pi}{6}) = 5\cos(\tfrac{5\pi}{6}) < 0$$

(Hay que observar que la solución $\varphi_o = \frac{5\pi}{6}$ no es correcta en este caso, ya que para ella la velocidad inicial no sería negativa, puesto que $\cos(\frac{\pi}{6}) > 0$ )

Las ecuaciones particulares del oscilador, con las condiciones iniciales dadas, serán:

$$x(t) = 5\,\mathrm{sen}(\tfrac{\pi}{3}\,t + \tfrac{5\pi}{6}) \,,\, (m)$$

$$v(t) = 5\,\tfrac{\pi}{3}\cos(\tfrac{\pi}{3}\,t + \tfrac{5\pi}{6}) \,,\, (m/s)$$

$$a(t) = -5\,\tfrac{\pi^2}{9}\,\mathrm{sen}(\tfrac{\pi}{3}\,t + \tfrac{5\pi}{6}) \,,\, (m/s^2)$$

**Ejemplo 3.**

Supongamos ahora que el oscilador se encuentra en el instante inicial en el punto de máxima elongación a la derecha ($x_o = +A$) y en ese momento comienza a moverse hacia la izquierda (velocidad inicial nula: $v_o = 0$) las Condiciones Iniciales serán : $t = 0$ , $x_o = +5$ , $v_o = 0$ luego :

$$x_o = x(0) = 5\,\mathrm{sen}(\tfrac{\pi}{3} \cdot 0 + \varphi_o) = 5$$

$$\mathrm{sen}(\varphi_o) = 1$$

$$\varphi_o = \tfrac{\pi}{2} \pm 2n\pi \,,\, \mathrm{con}\, n = 0, 1, 2...$$

La fase inicial será $\varphi_o = \frac{\pi}{2}$ , de esa forma :

$$x_o = 5$$

$$v_o = v(0) = 5\,\tfrac{\pi}{3}\cos(\tfrac{\pi}{3} \cdot 0 + \tfrac{\pi}{2}) = 5\cos(\tfrac{\pi}{2}) = 0$$

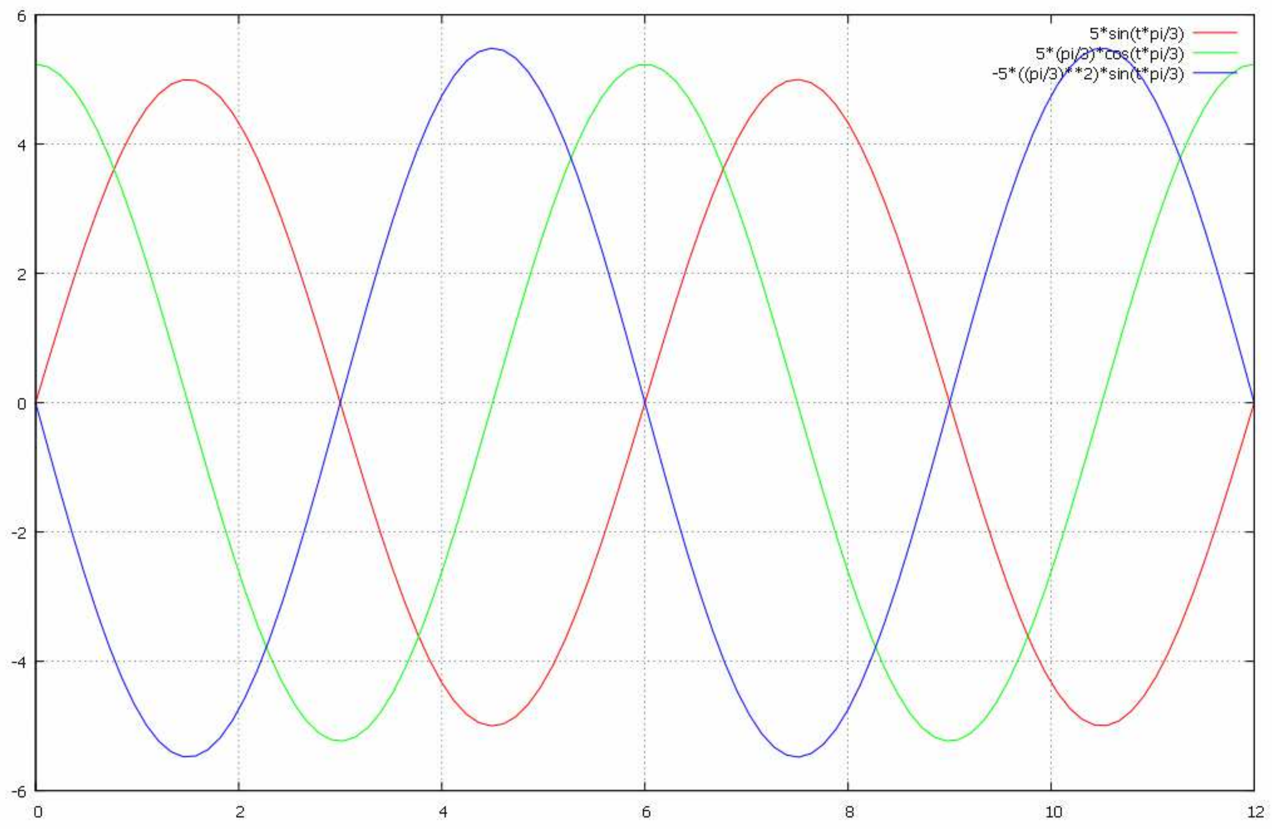
Las ecuaciones particulares del oscilador, con las condiciones iniciales dadas, serán:

$$x(t) = 5\,\mathrm{sen}(\tfrac{\pi}{3}\,t + \tfrac{\pi}{2}) \,,\, (m)$$

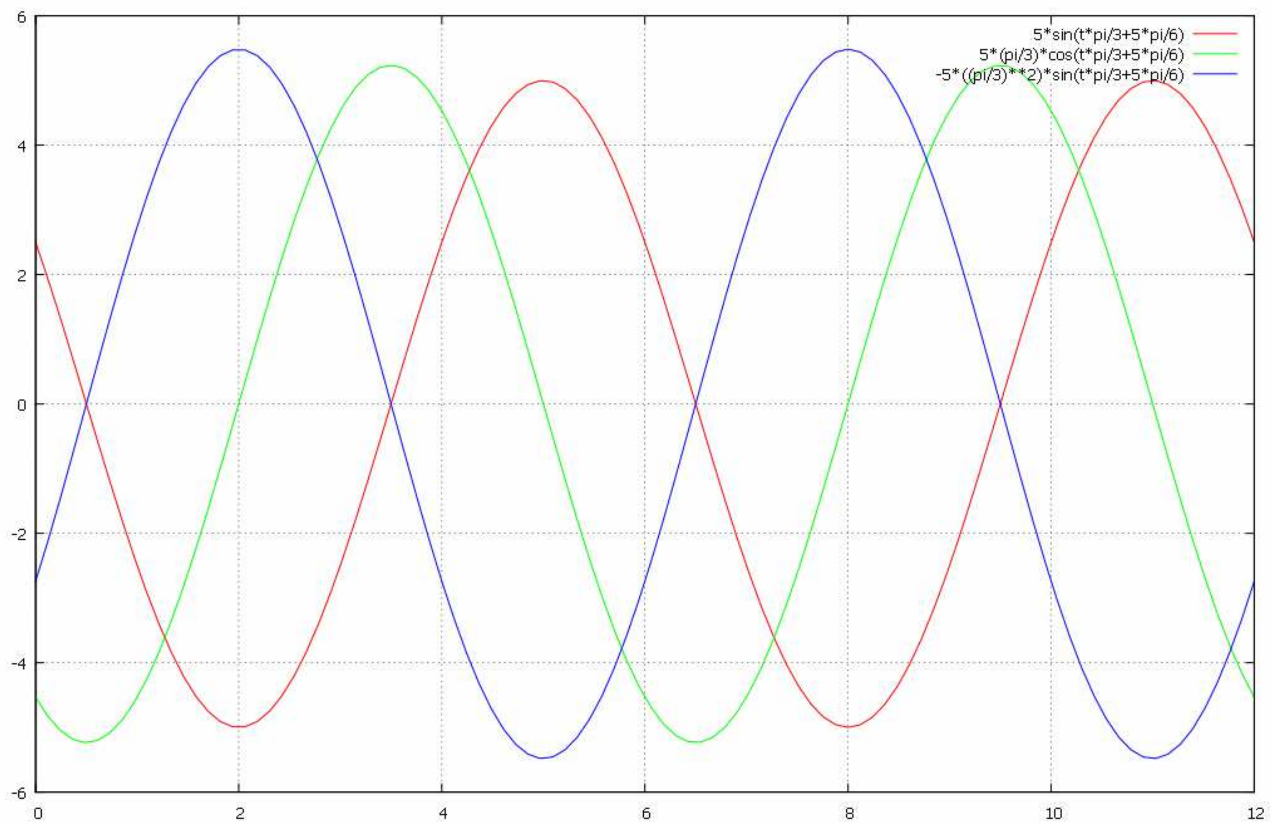
$$v(t) = 5\,\tfrac{\pi}{3}\cos(\tfrac{\pi}{3}\,t + \tfrac{\pi}{2}) \,,\, (m/s)$$

$$a(t) = -5\,\tfrac{\pi^2}{9}\,\mathrm{sen}(\tfrac{\pi}{3}\,t + \tfrac{\pi}{2}) \,,\, (m/s^2)$$

## M.A.S. Condiciones Iniciales – Ejemplo 1




## M.A.S. Condiciones Iniciales – Ejemplo 2



**M.A.S. Condiciones Iniciales – Ejemplo 3**