Modelo de Examen de Física - P.A.U. Madrid

Resuelto por *Emiliano González Flores*, Mayo 2010
egonzalezflores@educa.madrid.org
IES Vicente Aleixandre - Pinto (Madrid)

OPCIÓN A

Cuestión 1.- Un sistema elástico, constituido por un cuerpo de masa 200 g unido a un muelle, realiza un movimiento armónico simple con un periodo de 0,25 s. Si la energía total del sistema es 8 J :

a) ¿Cuál es la constante elástica del muelle?

b) ¿Cuál es la amplitud del movimiento?

a) La pulsación o frecuencia angular, será:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}25} = 8\pi\,\mathrm{s}^{-1}$$

a partir de la pulsación se obiene la constante del muelle:

$$K = m\omega^2 = 0{,}2(8\pi)^2 = 126{,}3\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

b) Conocida la constante, se obtiene la amplitud:

$$E_m = \frac{1}{2}KA^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E_m}{K}} = 0{,}36\,\mathrm{m}$$

Cuestión 2.- Se dispone de una lente convergente de distancia focal 20 cm. Determine la posición y la naturaleza de la imagen formada por la lente si el objeto está situado, delante de ella, a las siguientes distancias:

a) 50 cm

b) 15 cm
Realizar el trazado de rayos en ambos casos

a) Aplicando la ecuación para una lente convergente delgada :

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} + \frac{1}{50} = \frac{1}{20} \Rightarrow s' = \frac{1000}{50-20} = 33{,}3\,\mathrm{cm}$$

$$A = \frac{s'}{s} = \frac{-100}{150} = -\frac{2}{3}$$

La imagen que se obtiene es real, invertida y de menor tamaño *que el objeto*

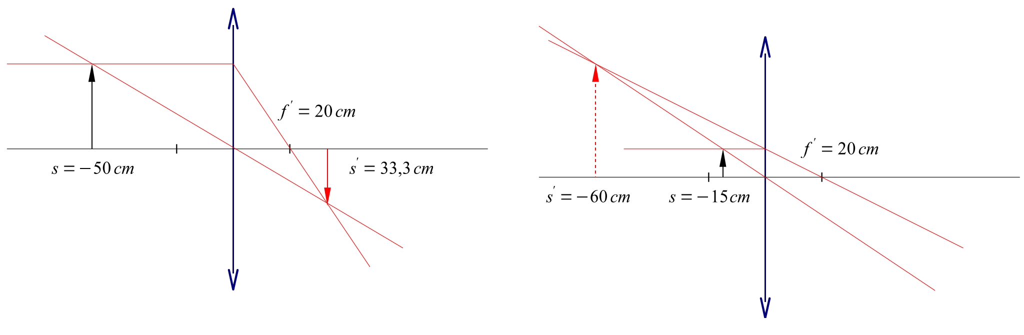

Figura 1: Cuestión 2 , *Izquierda, aptdo. a) - Derecha, aptdo. b)*

b) De forma análoga que en el apartado anterior :

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{15} = \frac{1}{20} \Rightarrow s' = \frac{300}{15-20} = -60\,\mathrm{cm}$$

$$A = \frac{s'}{s} = \frac{-60}{-15} = 4$$

La imagen que se obtiene es virtual, derecha y de mayor tamaño *que el objeto*

Cuestión 3.- Una carga puntual Q con velocidad $\vec{v} = v_x\vec{i}$ entra en una región donde existe un campo magnético uniforme $\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$. Determine:

a) La fuerza que se ejerce sobre la carga en el campo magnético.

b) El campo eléctrico $\vec{E}$ que debería existir en la región para que la carga prosiguiese sin cambio del vector velocidad.

a) Aplicando la ec. de Lorentz:

$$\vec{F} = Q(\vec{v} \wedge \vec{B}) = Q \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & 0 & 0 \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix} = -Qv_xB_z\vec{j} + Qv_xB_y\vec{k}$$

b) Para que la velocidad no varíe, la fuerza resultante ha de ser nula:

$$\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0} \Rightarrow Q\vec{E} = -\vec{F}_m \Rightarrow \vec{E} = -\frac{\vec{F}_m}{Q} = v_xB_z\vec{j} - v_xB_y\vec{k}$$

Problema 1.- Desde un punto de la superficie terrestre se lanza verticalmente hacia arriba un objeto de 100 kg que llega hasta una altura de 300 km. Determine:

a) La velocidad de lanzamiento.

b) La energía potencial del objeto a esa altura.

Si estando situado a la altura de 300 km, queremos convertir el objeto en satélite de forma que se ponga en órbita circular alrededor de la Tierra:

c) ¿Qué energía adicional habrá que comunicarle?

d) ¿Cuál será la velocidad y el periodo del satélite en esa órbita?

Datos: Constante de Gravitación $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$

Masa de la Tierra $M_T = 5{,}98 \times 10^{24} kg$

Radio de la Tierra $R_T = 6370\, km$

a) Aplicando el principio de conservación de la Energía mecánica, suponiendo que el satélite alcanza la altura h = 300 km con velocidad = 0 :

$$R_T + h = (6370 + 300)\ \mathrm{km} = 6{,}67 \times 10^6\ \mathrm{m}$$

$$E_{po} + E_{co} = E_{ph} + E_{ch} \Rightarrow E_{co} = E_{ph} - E_{po} = GM_Tm\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T+h}\right) = \frac{GM_Tmh}{R_T(R_T+h)}$$

$$v^2 = \frac{2E_{co}}{m} = \frac{2GM_Th}{R_T(R_T+h)} = 2g_o\frac{R_Th}{R_T+h} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \times 9{,}8 \times 6{,}37\,10^6 \times 0{,}36\,10^6}{6{,}67\,10^6}} = 2370\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 2{,}37\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$$

b) La Energía potencial a la altura de la órbita será:

$$E_{ph} = -\frac{GM_Tm}{R_T+h} = -\frac{6{,}67 \times 5{,}98 \times 100}{6{,}67} \times \frac{10^{-11} \times 10^{24}}{10^6} = -5{,}98\,10^9\ \mathrm{J}$$

c) La energía adicional será la cinética necesaria para que el satélite se mantenga en una órbita circular de altura h = 300 km:

$$E_{mecánica} = E_{ch} + E_{ph} \Rightarrow E_{ch} = E_{mecánica} - E_{ph}$$

$$E_{ch} = -\frac{GM_Tm}{2(R_T+h)} + \frac{GM_Tm}{(R_T+h)} = \frac{GM_Tm}{2(R_T+h)} = -\frac{E_{ph}}{2} = 2{,}99\,10^9\ \mathrm{J}$$

d) La velocidad se obtiene a partir de la Energía cinética y el período de: $v = \omega \times r$, $\omega = 2\pi/T$

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = 7{,}73\,10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 7{,}73\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$$

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v} = \frac{2\pi\ 6{,}67\,10^6}{7{,}73\,10^3} = 5{,}42\,10^3\,\mathrm{s} = 1{,}5\,\mathrm{h}$$

Problema 2.- Se disponen dos cargas eléctricas sobre el eje X: una de valor Q_1 en la posición $(1\,,0)$, y otra de valor Q_2 en $(-1\,,0)$. Sabiendo que todas las coordenadas están expresadas en metros, determine en los dos casos siguientes:

a) Los valores de las cargas Q_1 y Q_2 para que el campo eléctrico en el punto $(0\,,1)$ sea el vector $\vec{E} = 2 \times 10^5\,\vec{j}\ N/C$, siendo $\vec{j}$ el vector unitario en el sentido positivo del eje Y.

b) La relación entre las cargas Q_1 y Q_2 para que el potencial eléctrico en el punto $(2\,,0)$ sea cero.

a) $\mathrm{Q_1}$ *y* $\mathrm{Q_2}$ *deben ser positivas (campo saliente) para que la suma de las componentes verticales de ambos campos, tenga la dirección y el sentido del eje* Y+*. Las componentes según el eje* X *se anulan.*

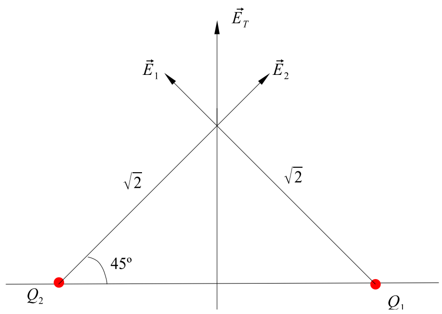

Figura 2: *Campo resultante en (0 ,1)*

Aplicando superposición:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (\vec{E}_{1x} + \vec{E}_{2x}) + (\vec{E}_{1y} + \vec{E}_{2y}) = 2\vec{E}_{1y}$$

$$\vec{E}_{1y} = 2\,10^5\,\vec{j} \Rightarrow \vec{E}_{1y} = 10^5\,\vec{j}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$

$$\vec{E}_{1y} = \frac{KQ_1}{(\sqrt{2})^2}\,sen45^\circ\vec{j}$$

$$\frac{KQ_1}{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2} = 10^5 \Rightarrow Q_1 = \frac{2\sqrt{2}\,10^5}{9\,10^9} = \frac{2\sqrt{2}}{9}\,10^{-4}\,\mathrm{C}$$

Se deduce además que:

$$E_{1x} = -E_{2x} \Rightarrow Q_1 = Q_2$$

b) El potencial total se anula, luego:

$$V_{total} = V_1 + V_2 = \frac{KQ_1}{r_1} + \frac{KQ_2}{r_2} = 0$$

$$\frac{KQ_1}{3} = -\frac{KQ_2}{2} \Rightarrow Q_2 = -\frac{2}{3}Q_1$$

OPCIÓN B

Cuestión 1.-

a) ¿Cuál es el periodo de un satélite artificial que gira alrededor de la Tierra en una órbita circular cuyo radio es un cuarto del radio de la órbita lunar?

b) ¿Cuál es la relación entre la velocidad del satélite y la velocidad de Luna en sus respectivas órbitas?

Dato: Periodo de la órbita lunar $T_L = 27{,}32$ *días*

a) Aplicando la 3ª Ley de Kepler: $T^2 = Cr^3$ *y teniendo en cuenta que:* $r_L = 4r_S$

$$\left.\begin{matrix} T_L^2 = Cr_L^3 \\ T_S^2 = Cr_S^3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{T_L^2}{T_S^2} = \frac{r_L^3}{r_S^3} = 4^3 \Rightarrow T_S = \frac{T_L}{\sqrt{4^3}} = \frac{T_L}{8} = 3{,}42\,\text{días}$$

b) Expresando la velocidad orbital en función del período: $v = \omega r = \frac{2\pi r}{T}$

$$\left.\begin{matrix} v_L = \dfrac{2\pi r_L}{T_L} \\ v_S = \dfrac{2\pi r_S}{T_S} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{v_L}{v_S} = \frac{r_L T_S}{r_S T_L} = \frac{4}{8} \Rightarrow v_S = 2v_L$$

la velocidad orbital del satélite es el doble que la de la Luna

Cuestión 2.-

a) ¿Cuál es la velocidad de un electrón cuando se mueve en presencia de un campo eléctrico de módulo $3{,}5 \times 10^5\, N/C$ y de un campo magnético de $2\,T$, ambos mutuamente perpendiculares y, a su vez, perpendiculares a la velocidad del electrón, para que éste no se desvíe?

b) ¿Cuál es el radio de la órbita descrita por el electrón cuando se suprime el campo eléctrico?

Datos: Masa del electrón $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}\, kg$

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\, C$

a) La condición necesaria es que los módulos de las fuerza eléctrica y magnética sobre el electrón sean iguales:

$$\vec{F}_{Lorentz} = \vec{F}_E + \vec{F}_B = \vec{0} \Rightarrow \left|\vec{F}_E\right| = \left|\vec{F}_B\right| \Rightarrow eE = evB \Rightarrow v = \frac{E}{B} = 1{,}75\,10^5\, {}^{m}/{}_{s}$$

las direcciones y sentidos de los vectores se indican en la Figura 3

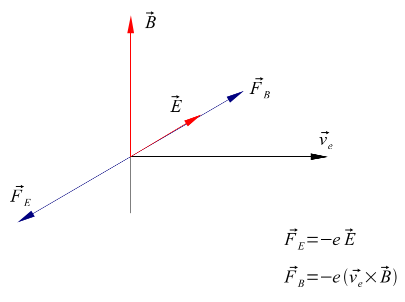

Figura 3: *Esquema de fuerzas sobre el electrón*

b) Si se suprime el campo eléctrico la única fuerza será la magnética:

$$\left|\vec{F}_B\right| = m_e a = evB \Rightarrow m_e \frac{v^2}{R} = evB \Rightarrow R = \frac{m_e v}{eB}$$

$$R = \frac{9{,}1\,10^{-31}\,1{,}75\,10^5}{1{,}6\,10^{-19}\,2} = 4{,}98\,10^{-7}\,\mathrm{m}$$

Cuestión 3.- La energía mínima necesaria para extraer un electrón del sodio es de $2{,}3\,eV$. Explique si se producirá el efecto fotoeléctrico cuando se ilumina una lámina de sodio con las siguientes radiaciones:

a) Luz roja de longitud de onda $680\,nm$.

b) Luz azul de longitud de onda $360\,nm$.

Datos: Constante de Planck $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\,J.s$

Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \times 10^8\,m/s$

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,C$

a) De la energía mínima se obtiene la longitud de onda umbral : $E_0 = hf = \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{E_0}$ *con* $E_0 = 2{,}3 \times 1{,}6\,10^{-19}\,\mathrm{J} = 3{,}68\,10^{-19}\,\mathrm{J}$

$$\lambda_0 = \frac{6{,}63\,10^{-34}\,3\,10^8}{3{,}68\,10^{-19}} = 5{,}4\,10^{-7}\mathrm{m} = 540\,\mathrm{nm}$$

puesto que : $\lambda_{luz\ roja} > \lambda_0$ *, NO se producirá el efecto fotoeléctrico*

b) En este caso SÍ se produce, ya que : $\lambda_{luz\ azul} < \lambda_0$

Puede también obtenerse la frecuencia umbral : $f_0 = \frac{E_0}{h} = 5{,}55\,10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$ *y comparar con* f_0

$$f_{luz\ azul} = \frac{c}{\lambda_{luz\ azul}} = \frac{3\,10^8}{3{,}6\,10^{-7}} = 8{,}33\,10^{-14}\,\mathrm{s}^{-1} > f_0$$

Problema 1.- Un punto material oscila en torno al origen de coordenadas en la dirección del eje Y, según la expresión:

$$y = 2\,sen\left(\tfrac{\pi}{4}\,t + \tfrac{\pi}{2}\right)\ (y\ en\ cm\ ,\ t\ en\ s)$$

originando una onda armónica transversal que se propaga en el sentido positivo del eje X. Sabiendo que dos puntos materiales de dicho eje que oscilan con un desfase de π radianes están separados una distancia mínima de $20\,cm$, determine:

a) La amplitud y la frecuencia de la onda armónica.

b) La longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.

c) La expresión matemática que representa la onda armónica.

d) La expresión de la velocidad de oscilación en función del tiempo para el punto material del eje X de coordenada $x = 80\,cm$, y el valor de dicha velocidad en el instante $t = 20\,s$.

a) La amplitud y la frecuencia son las del M.A.S., o sea : $A = 2\,\mathrm{cm}$, $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi/4}{2\pi} = \frac{1}{8}\,\mathrm{s}^{-1}$

b) La diferencia de fase de π *radianes corresponde a una semilongitud de onda:*

$$\Delta\varphi = \pi \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2\Delta x = 40\,\mathrm{cm}$$

$$v = \lambda f = 40\,\frac{1}{8} = 5\,\mathrm{cm}\ ,\ k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{20}\,\mathrm{m}^{-1}$$

c) Teniendo en cuenta que $\varphi_0 = \pi/2$ *ya que en* $t_0 = 0$ *,* $x = 0$ *se cumple que :* $y_{(0,0)} = 2\,sen\frac{\pi}{2}$ *,* *la función de onda será :*

$$y_{(t,x)} = 2\,sen(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{20}x + \frac{\pi}{2})\ \mathrm{cm}$$

d) Se particulariza la ecuación de onda para obtener la correspondiente al oscilador $x = 80\,\mathrm{cm}$

$$y_{(t,80)} = 2\,sen(\frac{\pi}{2}t - 4\pi + \frac{\pi}{2}) = 2\,sen(\frac{\pi}{2}t - 7\frac{\pi}{2})\ \mathrm{cm}$$

$$v_{(t,80)} = \dot{y}_{(t,80)} = \pi\,cos(\pi t - 7\frac{\pi}{2})\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$$

$$v_{(20,80)} = \pi\,cos(20\pi - 7\frac{\pi}{2}) = \pi\,cos(32\frac{\pi}{2}) = 0$$

Problema 2.- Una espira circular de sección $40\,cm^2$ está situada en un campo magnético uniforme de módulo $B = 0{,}1\,T$, siendo el eje de la espira paralelo a las líneas del campo magnético:

a) Si la espira gira alrededor de uno de sus diámetros con una frecuencia de $50\,Hz$, determine la fuerza electromotriz máxima inducida en la espira, así como el valor de la fuerza electromotriz $0{,}1\,s$ después de comenzar a girar.

b) Si la espira está inmóvil y el módulo del campo magnético disminuye de manera uniforme hasta hacerse nulo en $0{,}01\,s$, determine la fuerza electromotriz inducida en la espira en ese intervalo de tiempo.

a) Se obtiene primero el flujo magnético sobre la espira : $\phi(t) = BScos(\omega t) = 4\,10^{-4}\,cos(2\pi 50t)\,\mathrm{Wb}$ *la fuerza electromotriz se obtiene aplicando la ley de Faraday-Lenz:*

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\,\phi(t)}{\mathrm{d}\,t} = 4\pi\,10^{-2}sen(100\pi t)\,\mathrm{V}$$

$$\varepsilon_{max} = 4\pi 10^{-2} = 0{,}126\,\mathrm{V} \quad , \quad \varepsilon_{(\mathrm{t}=0{,}1)} = 4\pi 10^{-2}sen(10\pi) = 0$$

b) De forma análoga : $\phi(t) = \Delta BScos(0) = \Delta BS$

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\,\phi(t)}{\mathrm{d}\,t} = -\frac{\Delta B}{\Delta t}S = -\frac{(0-0{,}1)}{0{,}01}40\,10^{-4} = 0{,}04\,\mathrm{V}$$

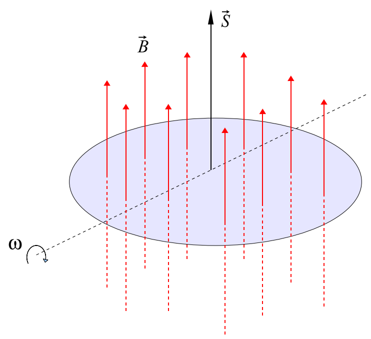

Figura 4: *Espira giratoria*