P1.- Un objeto de 2 kg de masa unido al extremo de un muelle oscila a lo largo del eje X con una amplitud de 20 cm sobre una superficie horizontal sin rozamiento. El objeto tarda 9 s en completar 30 oscilaciones, y en el instante t=0 su posición es x_o=+10 cm y su velocidad es positiva. Determinar:

a) la velocidad del objeto en el instante t=1,2 s

b) La energía cinética máxima del objeto

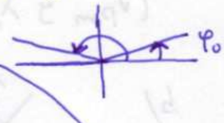
P1 $m = 2\ kg$, $A = 20\ cm$, $t = 9\ s$ (30 osc.)

CONDICIONES INICIALES : $t=0$; $x_0 = +10\ cm$; $V_0 > 0$

a) $x(t) = A\ sen(\omega t + \varphi_0)$; $f = \frac{30\ osc}{9\ s} = 3'3\ Hz$, $\omega = 20\frac{\pi}{3}\ s^{-1}$; $T = 0'3\ s$

$x(t) = 20\ sen\left(20\frac{\pi}{3}t + \varphi_0\right)\ cm$

$x_0 = 20\ sen(\varphi_0) = 10\ cm \Rightarrow sen(\varphi_0) = 1/2 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{\varphi_0 = \pi/6} \\ \varphi_0 = 5\pi/6 \end{cases}$



$V(t) = 400\frac{\pi}{3}\cos\left(20\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm/s) $\left(V_0 > 0 \Rightarrow \cos\frac{\pi}{6} > 0 \rightarrow \text{justificación de } \varphi_0 = \pi/6\right)$

$\boxed{V(1'2) = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} = 3'63\ m/s}$

b) $\boxed{E_{CMAX}} = E_T = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}\left[400\frac{\pi^2}{9}\cdot 2\right]\cdot 4\cdot 10^{-2} = \boxed{17'55\ J}$

$K = \omega^2 \cdot m = 400\cdot\frac{\pi^2}{9}\cdot 2 = \boxed{875'5\ N/m}$

P2.- Una onda sinusoidal con una amplitud de 1,5 m y una frecuencia de 100 Hz viaja con una velocidad de propagación v=200 m/s en la dirección positiva del eje X y oscila en la dirección del eje Y. Sabiendo que en el instante t=0 la elongación es máxima y positiva en el punto x=+3 m.

a) Calcular la longitud de onda y el número de onda

b) Determinar la expresión matemática que representa la onda

P2 $A = 1'5\ m$; $f = 100\ Hz$; $V_p = 200\ m/s$, x^+

$y(t,x) = A\cdot sen(\omega t - Kx + \varphi_0)\ m$

a) $\omega = 2\pi f = 200\pi\ s^{-1}$; $V_p = \lambda\cdot f \Rightarrow \lambda = V_p/f = 2\ m$; $K = 2\pi/\lambda = \pi\ m^{-1}$

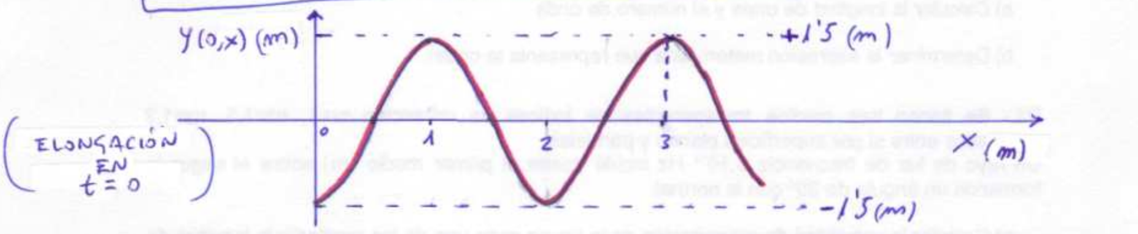
b) $y(t,x) = 1'5\ sen(200\pi t - \pi x + \varphi_0)\ m$

$t=0$; $x = 3\ m \Rightarrow y(0,3) = 1'5\ m$ (ELONGACIÓN MÁXIMA)

COND. INIC. $\rightarrow \begin{cases} 1'5 = 1'5\cdot sen(200\pi\cdot 0 - \pi\cdot 3 + \varphi_0) \\ sen(\varphi_0 - 3\pi) = 1 \Rightarrow \varphi_0 - 3\pi = \pi/2 \Rightarrow \varphi_0 = 7\frac{\pi}{2} = 2\pi + \frac{3\pi}{2} \end{cases}$

$\varphi_0 = 3\pi/2$ (PARTE PRINCIPAL)

$\boxed{y(t,x) = 1'5\cdot sen(200\pi t - \pi x + 3\pi/2)\ m}$



P3.- Se tienen tres medios transparentes de índices de refracción $n_1=1$, $n_2=1{,}5$, $n_3=1{,}2$ separados entre sí por superficies planas y paralelas.
Un rayo de luz de frecuencia 6.10^{14} Hz incide desde el primer medio (n_1) sobre el segundo formando un ángulo de 30º con la normal.

a) Calcular la velocidad de propagación de la luz en cada uno de los medios y la longitud de onda en los medios n_1 y n_2.

b) Calcular el ángulo con el que el rayo emerge a n_3. Explicar entre qué medios existirá ángulo límite y calcular dicho ángulo.

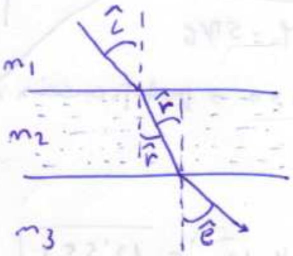
(P3) $n_1 = 1$; $n_2 = 1'5$; $n_3 = 1'2$; $\hat{i} = 30°$; $\boxed{f_0 = 6\cdot 10^{14}\ Hz}$ NO VARÍA AL CAMBIAR DE MEDIO.

a) $n = \dfrac{c_0}{c_{medio}} \rightarrow \begin{cases} c_1 = c_0 = 3\cdot 10^8\ m/s \\ c_2 = c_0/1'5 = 2\cdot 10^8\ m/s \\ c_3 = c_0/1'2 = 2'5\cdot 10^8\ m/s \end{cases}$

* $v_{p_m} = \lambda_m \cdot f_0 \Rightarrow \lambda_m = v_{p_m}/f_0 \Rightarrow \begin{cases} \underline{\underline{\lambda_1}} = c_0/f_0 = 0'5\cdot 10^{-6}\ m = \underline{\underline{500\ nm}} \\ \underline{\underline{\lambda_2}} = c_2/f_0 = 0'\hat{3}\cdot 10^{-6}\ m = \underline{\underline{333'\hat{3}\ nm}} \end{cases}$

(v_{p_m} y λ_m VARÍAN AL CAMBIAR MEDIO)

b)



* $\text{sen } 30° \cdot 1 = \text{sen } \hat{r} \cdot 1'5 \Rightarrow \hat{r} = \text{arcsen}(0'\hat{3})$ $\boxed{\hat{r} = 19'5°}$

* $\text{sen } \hat{r} \cdot 1'5 = \text{sen } \hat{e} \cdot 1'2 \Rightarrow \boxed{\hat{e} = 24'6°}$

* ÁNGULO LÍMITE: DE n_2 a n_3 ($n_2 > n_3$)

$\text{sen } \hat{i}_L \cdot 1'5 = \text{sen } 90° \cdot 1'2$

$\underline{\underline{\hat{i}_L}} = \text{arcsen}(1'2/1'5) = \text{arcsen}(4/5) = \underline{\underline{53'1°}}$

P4.-

- Por medio de un espejo cóncavo se quiere proyectar la imagen de un objeto de tamaño 1 cm sobre una pantalla plana, de modo que la imagen sea invertida y de tamaño 3 cm. Sabiendo que la pantalla ha de estar colocada a 2 m del objeto, calcule:
  a) Las distancias del objeto y de la imagen al espejo, efectuando su construcción geométrica.
  b) El radio del espejo y la distancia focal.

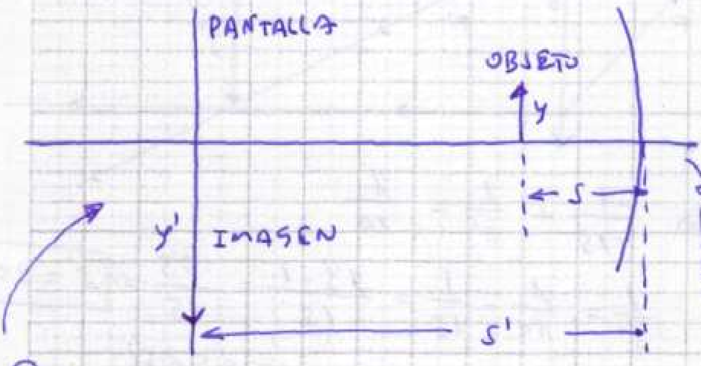
a) $\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \Rightarrow -\frac{s'}{s} = -3 \Rightarrow s' = 3s$ (*)

(*) $s - s' = 2\,m \Rightarrow s - 3s = 2\,m \Rightarrow \underline{\underline{s = -1\,m}},\ \underline{\underline{s' = -3\,m}}$

b) $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} \Rightarrow -\frac{1}{1} - \frac{1}{3} = \frac{1}{f'} \Rightarrow -\frac{4}{3} = \frac{1}{f'} \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{\underline{f' = -0'75\,m}}$

$\underline{\underline{r = 2f' = -1'5\,m}}$

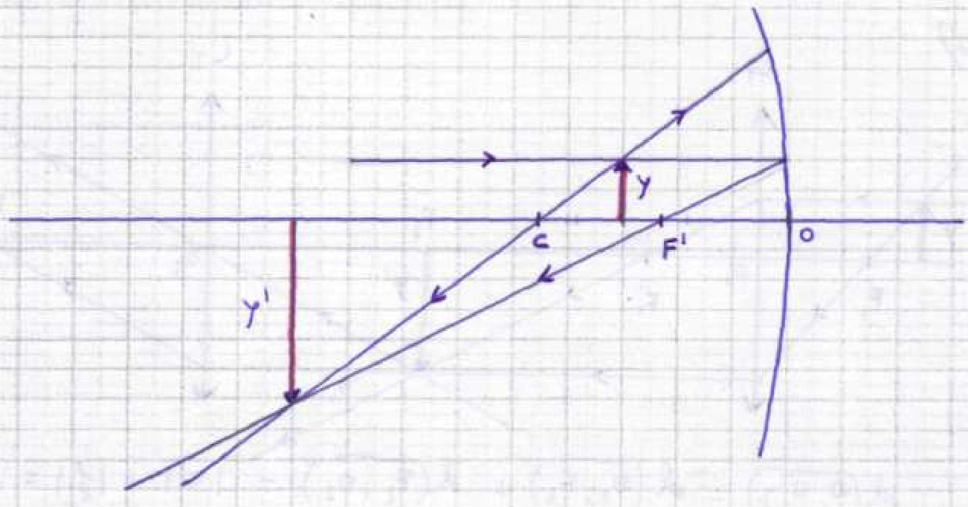


$y' = -3y \Rightarrow s' = 3s$

$s - s' = 2\,m$

(*) (ESQUEMA PREVIO PARA SITUAR LOS DATOS)

TRAZADO DE LA IMAGEN:



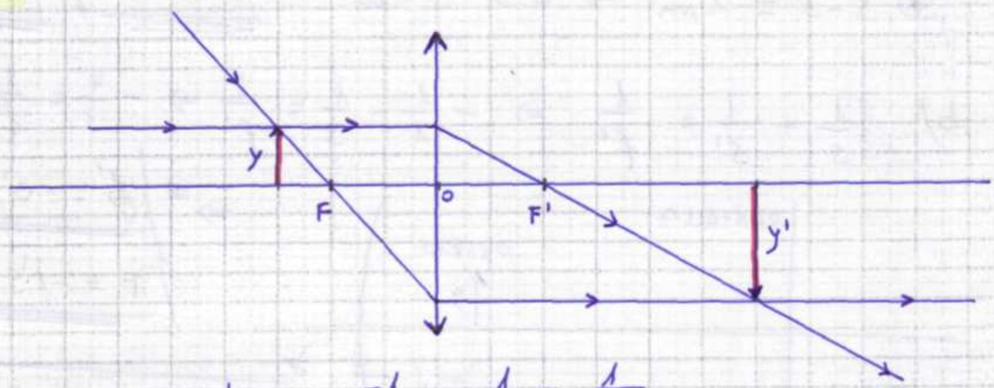
P5.-

- Un objeto de 1 cm de altura se sitúa a 15 cm delante de una lente convergente de 10 cm de distancia focal.

  a) Determine la posición, tamaño y naturaleza de la imagen formada, efectuando su construcción geométrica.

  b) ¿A qué distancia de la lente anterior habría que colocar una segunda lente convergente de 20 cm de distancia focal para que la imagen final se formara en el infinito?

a)



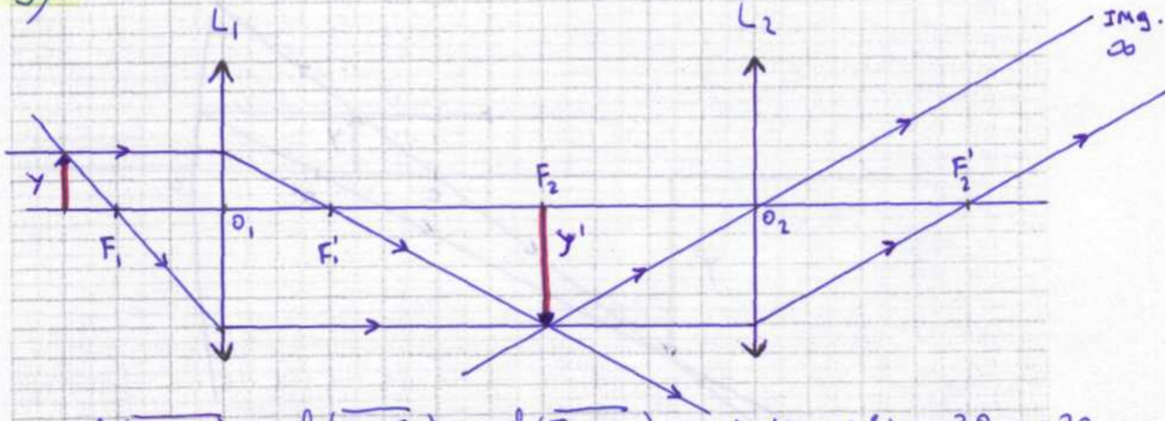
$$-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{-1}{-15} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{15} = \frac{1'5-1}{15} = \frac{0'5}{15} \Rightarrow \boxed{s' = 30\,cm}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{30\,cm}{-15\,cm} = -2$$

IMAGEN:
REAL
INVERTIDA
MAYOR

b)



$$d(\overline{O_1,O_2}) = d(\overline{O_1,F_2}) + d(\overline{F_2,O_2}) = |s'| + |f| = 30\,cm + 20\,cm$$

$$\boxed{d(\overline{O_1,O_2}) = 50\,cm}$$