CUESTIONES

C1.- Obtener, demostrándola, la ecuación de la *frecuencia angular natural* o *pulsación natural* de un oscilador armónico simple en función de las otras constantes del oscilador.

**Aplicación:* Un cuerpo de 2,5 kg está unido a un muelle horizontal y realiza un M.A.S. sobre una superficie horizontal sin rozamiento con una amplitud de 5 cm y una frecuencia de 3,3 Hz. Determinar el periodo del movimiento, la constante elástica del muelle y la velocidad máxima del cuerpo.

C.1.-

$$\left.\begin{array}{l} x = A\,\text{sen}(\omega t + \varphi_0) \\ a = -A\,\omega^2\,\text{sen}(\omega t + \varphi_0) \end{array}\right\} a = -\omega^2 x$$

$$F = m a = -m\omega^2 x = -K x \;;\; K = m\omega^2$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{K/m}} \text{ (frec. ang. NATURAL)}$$

APLICACIÓN: $m = 2'5\ kg$; $A = 5\ cm = 0'05\ m$; $f = 3'3\ Hz$

$T = 1/f = \boxed{0'3\ s}$; $\omega = 2\pi f$; $K = m\omega^2 = \boxed{1075\ N/m}$

$|V_{max}| = A\cdot\omega = \boxed{1'04\ m/s}$

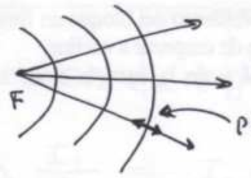
C2.- Una onda sonora que se propaga en el aire con velocidad de 340 m/s desde un foco puntual, tiene una frecuencia de 260 Hz.

a) Describir las características de la onda e indicar en qué dirección tiene lugar la perturbación en relación con la dirección de propagación.

b) Calcular el periodo temporal, el periodo espacial y el número de onda.

C.2.-

a) ONDA MATERIAL, FRENTE ESFÉRICO, O. LONGITUDINAL (VARIACIÓN DE LA PRESIÓN AIRE)



} IGUAL DIRECCIÓN

b)

$f = 1/T \Rightarrow T = \frac{1}{260}\ s = \boxed{4\cdot 10^{-3}\ s}$ P. TEMPORAL

$V = \lambda f$

$\lambda = \frac{V}{f} = \frac{340\ m/s}{260\ s^{-1}} = \boxed{1'31\ m}$ P. ESPACIAL

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \boxed{4'8\ m^{-1}}$ Nº ONDA

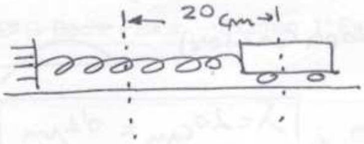
PROBLEMAS

P1.-

Un sistema masa-muelle está formado por un bloque de 0,75 kg de masa, que se apoya sobre una superficie horizontal sin rozamiento, unido a un muelle de constante recuperadora K. Si el bloque se separa 20 cm de la posición de equilibrio, y se le deja libre desde el reposo, éste empieza a oscilar de tal modo que se producen 10 oscilaciones en 60 s. Determine:

a) La constante recuperadora K del muelle.
b) La expresión matemática que representa el movimiento del bloque en función del tiempo.
c) La velocidad y la posición del bloque a los 30 s de empezar a oscilar.
d) Los valores máximos de la energía potencial y de la energía cinética alcanzados en este sistema oscilante.

P.1.-



$m = 0'75\ kg$

$A = 20\ cm = 0'2\ m \quad (x_{max})$

$T = \frac{60\ s}{10\ (osc.)} = \boxed{6\ s}$

a) $K = m w^2 = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \boxed{0'82\ N/m}$

$w = 2\pi / T = \boxed{\frac{\pi}{3}\ s^{-1} = 1'05\ s^{-1}}$

b) $x = A\ sen\ (wt + \varphi_0) \left.\begin{matrix} t=0 \\ x=A \end{matrix}\right\} \Rightarrow \varphi_0 = \pi/2 \quad (v_0 = 0)$

$$\boxed{x(t) = 0'2\ sen\left(\frac{\pi}{3} t + \frac{\pi}{2}\right)\ (m)}$$

c) $v(t) = 0'2 \cdot \frac{\pi}{3} \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)\ (m/s)$

$v(30) = 0'2\ \frac{\pi}{3} \cdot \underbrace{\cos\left(10\pi + \frac{\pi}{2}\right)}_{0} = \boxed{0\ m/s}$

$x(30) = 0'2 \cdot \underbrace{sen\ (10\pi + \pi/2)}_{1} = \boxed{0'2\ m}$

a 30 s son Equiv. a 5 PERIODOS $\Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} v(30) = v(0) = 0\ m/s \\ x(30) = x(0) = 0'2\ m \end{cases}$

d) $E_{p\,MAX} = E_{c\,MAX} = E_{TOTAL} = \frac{1}{2} K A^2$

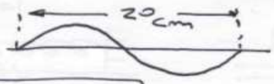
$E_{TOTAL} = 0'0166\ J = \boxed{1'66 \cdot 10^{-2}\ J}$

P2.- Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda horizontal, en el sentido positivo del eje de abcisas, siendo 20 cm la distancia mínima entre dos puntos que oscilan en fase. Sabiendo que la onda está generada por un foco emisor que vibra con una frecuencia de 10 Hz y amplitud 5 cm, hallar :

a) La velocidad de propagación de la onda, su longitud y el número de onda
b) La ecuación de la onda, suponiendo elongación nula en x = 0 cm para t = 0 s
c) La velocidad de oscilación del punto que se encuentra en x = 15 cm, en t=1 s
d) La aceleración máxima de oscilación de un punto cualquiera de la cuerda

P.2.— ONDA TRANSVERSAL : $y(t,x) = A\,\mathrm{sen}(\omega t - kx + \varphi_0)$

$\xrightarrow{\quad x \quad} +$ (PROPAGACIÓN)



$f = 10\ Hz$; $A = 5\ cm = 0'05\ m$; $\boxed{\lambda = 20\ cm = 0'2\ m}$

a) $v_p = \lambda \cdot f = \boxed{2\ m/s}$; $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \boxed{10\pi\ m^{-1}}$; $\omega = 20\pi\ s^{-1}$

b) $y(0,0) = 0$; $\varphi_0 = 0$

$$\boxed{y(t,x) = 0'05\ \mathrm{sen}\,(20\pi t - 10\pi x)\ (m)}$$

c) $v(t, 0'15) = 0'05 \cdot 20\pi \cdot \cos\left(20\pi t - \dfrac{3\pi}{2}\right)\ (m/s)$

$$v(1, 0'15) = 0'05 \cdot 20\pi \cdot \underbrace{\cos\left(20\pi - \frac{3\pi}{2}\right)}_{= \cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right) = 0} = \boxed{0\ (m/s)}$$

d) $|a_{max}| = A \cdot \omega^2 = 0'05 \cdot (20\pi)^2 = \boxed{197'4\ m/s^2}$

P3.-

El nivel de intensidad sonora de la sirena de un barco es de 60 dB a 10 m de distancia. Suponiendo que la sirena es un foco emisor puntual, calcule:

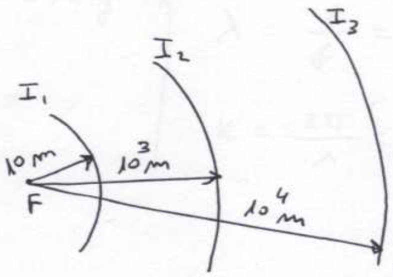
a) El nivel de intensidad sonora a 1 km de distancia.
b) La distancia a la que la sirena deja de ser audible.

Dato: Intensidad umbral de audición $I_0 = 10^{-12}\ W\,m^{-2}$

P.3.— a) O. ESFÉRICAS: $I_1 \cdot r_1^2 = I_2 \cdot r_2^2$ (ATENUACIÓN)

$\beta_1 = 10 \log \dfrac{I_1}{I_0} \Rightarrow I_1 = I_0 \cdot 10^{\beta_1/10} = 10^{-12} \cdot 10^{6} = \boxed{10^{-6}\ W/m^2}$ (*)

b) $10^{-6} \cdot 10^{2} = 10^{-12} \cdot (r_3)^2 \Rightarrow r_3^2 = 10^{8} \Rightarrow r_3 = 10^{4}\ m = \boxed{10\ km}$



(*) $10^{-6} \cdot 10^{2} = I_2 \cdot (10^{3})^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{I_2 = 10^{-10}\ W/m^2}$ (*)

$I_3 = 10^{-12}\ W/m^2$ (UMBRAL AUDICIÓN)