2º G Bach. Física - Examen 1ª Ev. (I) , *M.A.S y Ondas* - 05 / 11 / 2010

CUESTIONES

C1.- Energía en el Movimiento Armónico Simple.Demostrar que la energía mecánica en el MAS es constante y obtener su valor.
Representar gráficamente las diversas energías en función de la elongación para un oscilador con una constante elástica de 20 N/m y una amplitud de 1 m.

* Primer apartado :

El oscilador armónico posee *energía cinética* (que depende de su velocidad) y, además, *energía potencial* (que depende de la elongación) debido a que la fuerza elástica es *conservativa.*

Para obtener la energía mecánica (suma de cinética y potencial) se expresan ambas energías en función de la elongación :

$$v^2=\omega^2(A^2-x^2) \Rightarrow v^2=\frac{k}{m}(A^2-x^2)$$

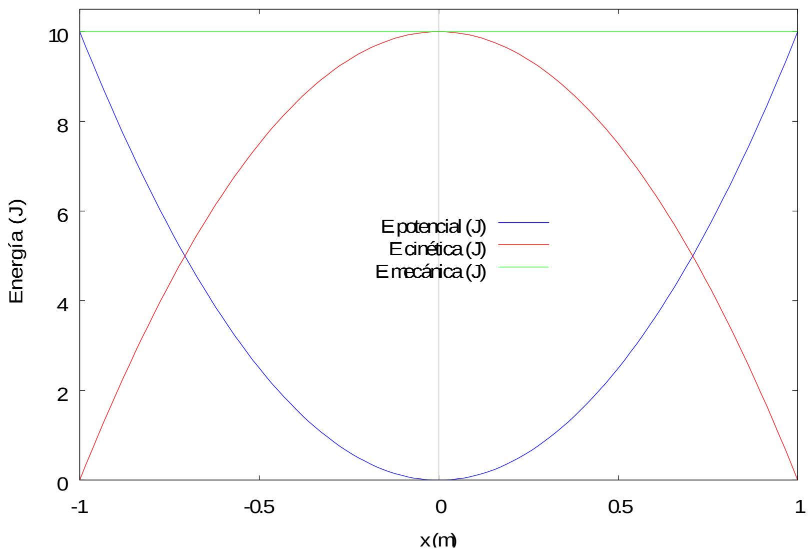
$$E_c=\frac{1}{2}\,m\,v^2=\frac{1}{2}\,k\,(A^2-x^2)$$
$$E_p=\frac{1}{2}\,k\,x^2$$

sumando ambas ecuaciones : $$E_m=E_c+E_p=\frac{1}{2}\,k\,A^2=cte$$

La energía mecánica es constante, ya que depende sólo de *k* y *A*, ambas constantes en el oscilador armónico simple.

* Segundo apartado :

Las gráficas pedidas, para el caso k=20 N/m y A=1 m, son las siguientes :



C2.- Intensidad de una onda. Explicar en qué consiste la atenuación y justificar cómo varían la intensidad y la amplitud de las *ondas esféricas* con la distancia a la fuente.

Intensidad: Uno de los aspectos característicos de la propagación de las ondas es la transmisión de energía sin transporte de materia. *La intensidad de una onda se define como la potencia por unidad de superficie, en el frente de onda, que la onda transmite*. La Intensidad se mide en $W.m^{-2}$

En este caso el frente de onda consiste en superficies esféricas concéntricas. Es decir:

$$I_1=\frac{P}{S_1}=\frac{P}{4\pi r_1^2}=\frac{E}{\Delta t\, 4\pi r_1^2}$$
$$I_2=\frac{P}{S_2}=\frac{P}{4\pi r_2^2}=\frac{E}{\Delta t\, 4\pi r_2^2}$$

dividiendo ambas : $\frac{I_2}{I_1}=\frac{r_1^2}{r_2^2} \Rightarrow I_1\cdot r_1^2=I_2\cdot r_2^2=\ldots=I\cdot r^2=cte$

Atenuación: El resultado anterior significa que *la Intensidad varía en proporción inversa al cuadrado de la distancia al foco*, por ejemplo: la Intensidad se reducirá a la cuarta parte si la distancia al foco se duplica. Este fenómeno se conoce como *atenuación* y no supone pérdida de energía (siempre que el medio de propagación de la onda no sea disipativo)

La potencia, que suponemos constante, con la que emite el foco de la onda es la energía emitida en la unidad de tiempo ($E/\Delta t$). Dicha energía es a su vez proporcional al cuadrado de la Amplitud, como se deduce de la expresión de la energía mecánica del oscilador armónico que se aplica a cada uno de los osciladores del medio en que se propaga la onda :

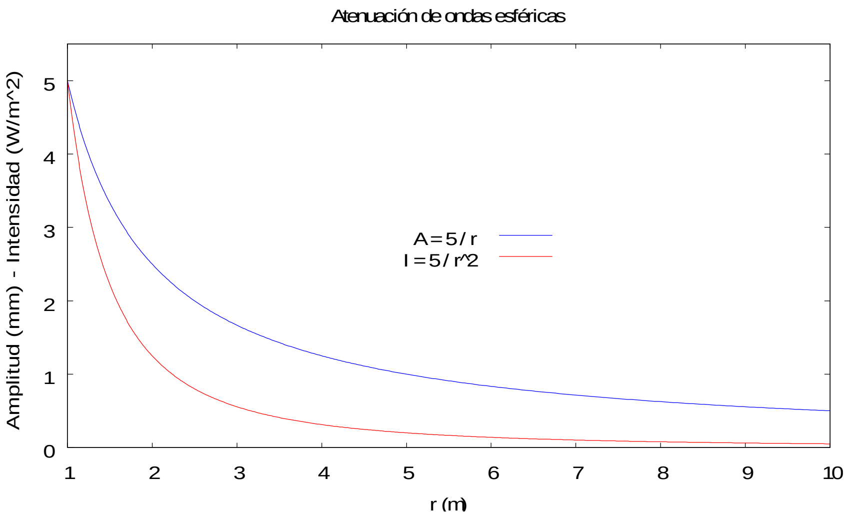
$$E_m=\frac{1}{2}\,k\,A^2=\frac{1}{2}m\omega^2 A^2=\frac{1}{2}m\,4\pi^2 f^2 A^2$$

esto implica que la Intensidad será también proporcional al cuadrado de la amplitud (por serlo la Energía) de donde se deduce :

$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{A_2^2}{A_1}=\frac{r_1}{r_2} \Rightarrow A_1\cdot r_1=A_2\cdot r_2=\ldots=A\cdot r=cte$$

o sea: *la Amplitud varía en proporción inversa a la distancia al foco.*

Ampliación: En el gráfico siguiente se han representado la Amplitud y la Intensidad de una onda esférica, cuyos valores a 1 m de distancia de la fuente son, respectivamente 5 mm y 5 $W.m^{-2}$



PROBLEMAS

P1.- Un punto material de 10 g de masa unido a un muelle, oscila con un M.A.S. de frecuencia 0,25 Hz y amplitud 6 cm. Si comenzamos a medir el tiempo en el instante en que el oscilador pasa por la posición de equilibrio en sentido positivo, calcular:

a) La ecuación de la elongación
b) La velocidad a los 3 s de comenzar a medir el tiempo
c) La aceleración máxima y el tiempo en el que se alcanza por primera vez
d) La constante del muelle y el valor máximo de la fuerza recuperadora

* La frecuencia puede expresarse como *f = 1/4 Hz* , el período será : *T = 4 s*

a) Obtendremos primero la frecuencia angular : $\omega = 2\pi f = 2\pi\frac{1}{4}\ \text{Hz} = \frac{\pi}{2}\ \text{Hz}$

La *ecuación de la elongación* es : $x(t)=6.10^{-2}\text{sen}(\frac{\pi}{2}t)\ \text{(m)}$ la fase inicial es cero, ya que el valor de la elongación en *t = 0 s* es *x(0) = 0 m*, luego : $x(0)=6.10^{-2}\text{sen}(\varphi_0)=0 \Rightarrow \varphi_0=0$

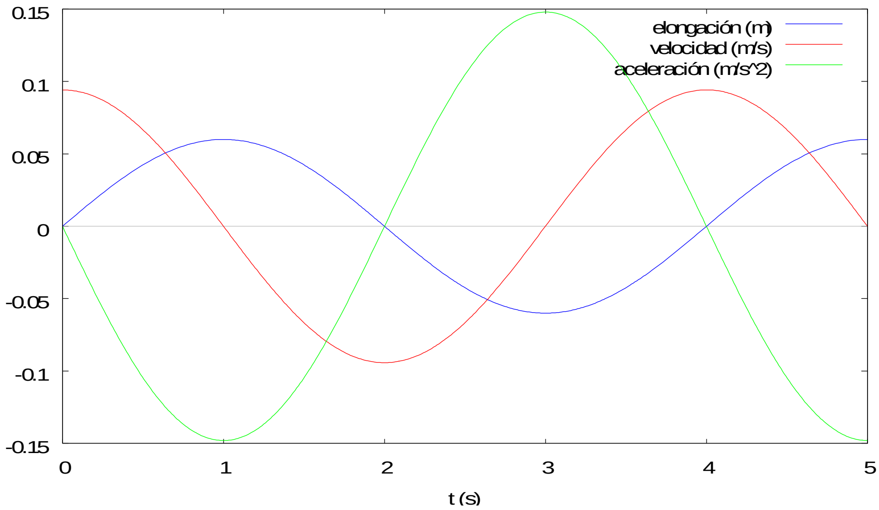
b) $v(t)=\frac{dx}{dt}=6.10^{-2}\frac{\pi}{2}\cos(\frac{\pi}{2}t)\ \text{(m/s)} \Rightarrow v(t)=0{,}03\ \pi\ \cos(\frac{\pi}{2}t)\ \text{(m/s)}$ *ec. de la velocidad*

la velocidad en *t = 3 s* es : $v(3)=0{,}03\ \pi\ \cos(3\ \frac{\pi}{2})=\ 0\ \ m/s$

c) $|a_{max}|=A\ \omega^2=0{,}06\ \frac{\pi^2}{4}\ \ m/s^2\ =\ 0{,}148\ \ m/s^2$ el *valor máximo de la aceleración* se alcanzará por primera vez cuando el oscilador alcance el máximo de la elongación hacia la derecha *(x = +A)*, lo que corresponde a un cuarto de ciclo y por lo tanto a un cuarto del período de oscilación, o sea : *t = 1 s*

d) $k=m\ \omega^2=10^{-2}\ \frac{\pi^2}{4}=0{,}0247\ \ N/m$ $\quad |F_{max}|=k\ A=1{,}482.10^{-3}\ \ N$

* *Ampliación : gráficas del M.A.S. para este caso*



P2.- Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda horizontal, en el sentido positivo del eje de abcisas, siendo 0,1 m la distancia mínima entre dos puntos que oscilan en fase. Sabiendo que la onda está generada por un foco emisor que vibra con una frecuencia 50 Hz y amplitud 4 cm, hallar :

a) La velocidad de propagación de la onda, su longitud y el número de onda
b) La ecuación de la onda, suponiendo elongación nula en x = 0 para t = 0
c) La velocidad de oscilación del punto que se encuentra en x = 1 cm
d) La aceleración máxima de oscilación de un punto cualquiera de la cuerda

a) La *longitud de onda* es la distancia mínima entre dos puntos que oscilan en fase, *λ = 0,1 m*

la *velocidad de propagación* es : $v=\lambda\, f=0{,}1\ m\ .\ 50\ s^{-1}=5\ \ m/s$

el *número de onda* : $k=\dfrac{2\pi}{\lambda}=20\pi\ \ rad/m$, la *f. angular* : $\omega=2\pi\, f=100\pi\ \ rad/s$

b) Puesto que y(0,0) = 0, la fase inicial debe ser nula : $y_{(0,0)}=0{,}04\,\text{sen}(\varphi_0)=0\ \Rightarrow\ \varphi_0=0$

La ecuación de onda es : $y_{(t,x)}=0{,}04\,\text{sen}(100\pi t-20\pi x)\ \ (m)$

c) La ecuación del *oscilador en x = 0,01 m* es : $y_{(t\ ,\ 0{,}01)}=0{,}04\,\text{sen}(100\pi t-0{,}2\pi)\ \ (m)$

La *ec. de la velocidad* de ese oscilador es : $v_{(t\ ,\ 0{,}01)}=4\pi\cos(100\pi t-0{,}2\pi)\ \ (m/s)$

d) La *aceleración máxima* : $|a_{max}|=A\ \omega^2=0{,}04.10^{4.}\pi^2\ \ m/s^2=3948\ \ m/s^2$

P3.- Una persona con problemas de audición sólo puede identificar sonidos que superen los 10 dB y cuya longitud de onda sea de 2 m *(velocidad del sonido en el aire, en condiciones normales = 340 m/s)*

a) Calcular la intensidad mínima de un sonido audible para dicha persona
b) Calcular también, para dicha persona, la mínima frecuencia audible

a) A partir de la sonoridad (*β = 10 dB*) se obtiene la Intensidad mínima :

$$\beta=10\ \log\frac{I_{min}}{I_0}\ \Rightarrow\ I_{min}=I_0\ 10^{\frac{\beta}{10}}=10^{-12}\,(W/m^2).10^{\frac{10}{10}}=10^{-11}\ \ W/m^2$$

b) La *frecuencia mínima* se obtiene de :

$$v=\lambda_{min}\ f_{min}\ \Rightarrow\ 340\ \ m/s=2\ m.f_{min}\ \Rightarrow\ f_{min}=170\ \ Hz$$