

1.- Dos esferas conductoras aisladas y suficientemente alejadas entre sí, de 6 y 10 cm de radio, están cargadas cada una con una carga de $5 \cdot 10^{-8}$ C. Las esferas se ponen en contacto mediante un hilo conductor y se alcanza una situación de equilibrio. Calcula el potencial al que se encuentra cada una de las esferas, antes y después de ponerlas en contacto, y la carga de cada esfera cuando se establece el equilibrio.
Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

El potencial electrostático de una esfera se puede calcular con el potencial de una carga puntual:

$$V = K \frac{Q}{R}$$

Sustituyendo para cada esfera:

$$V_1 = K \frac{Q_1}{R_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-8}}{0,06} = 7500 \text{ V}; \quad V_2 = K \frac{Q_2}{R_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-8}}{0,10} = 4500 \text{ V}$$

Tras ponerlas en contacto los potenciales se igualan, lo que implica que hay transferencia de carga desde la esfera menor a la mayor.

$$K \frac{Q_1}{R_1} = K \frac{Q_2}{R_2}; \quad Q = Q_1 + Q_2$$

Despejando y sustituyendo:

$$\frac{Q - Q_2}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2} \Rightarrow Q_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} Q = \frac{0,10}{0,10 + 0,06} 10^{-7} = 6,25 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$Q_1 = Q - Q_2 = 10^{-7} - 6,25 \cdot 10^{-8} = 3,75 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

Finalmente, el potencial de ambas esferas será:

$$V = K \frac{Q_1}{R_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{3,75 \cdot 10^{-8}}{0,06} = 5625 \text{ V}$$

2.- El potencial y el campo eléctrico a cierta distancia de una carga puntual valen 600 V y 200 N/C, respectivamente. ¿Cuál es la distancia a la carga puntual? ¿Cuál es el valor de la carga?

Aplicamos las fórmulas del campo eléctrico y del potencial para el caso de una carga puntual, de modo que podamos plantear un sistema de ecuaciones:

$$V = K \frac{Q}{r}; \quad E = K \frac{Q}{r^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} 600 = 9 \cdot 10^9 \frac{Q}{r} \\ 200 = 9 \cdot 10^9 \frac{Q}{r^2} \end{array} \right\} \frac{600}{200} = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{Q}{r}}{9 \cdot 10^9 \frac{Q}{r^2}} = r \quad r = 3 \text{ m}$$

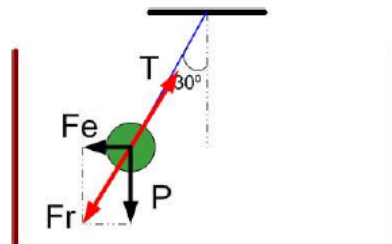
Sustituyendo en cualquiera de las ecuaciones dadas:

$$V = K \frac{Q}{r} \Rightarrow Q = \frac{Vr}{K} = \frac{600 \cdot 3}{9 \cdot 10^9} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

3.- Una pequeña esfera de 0,2 g de masa pende de un hilo entre dos láminas paralelas verticales separadas 8 cm. La esfera tiene una carga de $5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ y el hilo forma un ángulo de 30° con la vertical.

- Realizar un diagrama con las fuerzas que actúan sobre la esfera
- ¿Qué campo eléctrico actúa sobre la esfera?
- ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las láminas?

a) Sobre la bola están actuando una fuerza, debida al peso, F_g , otra debida al campo eléctrico, F_e , y por último la tensión en el hilo que es igual que la resultante, pero en sentido contrario.



b) El campo eléctrico se puede obtener calculando primero la fuerza generada por el mismo.

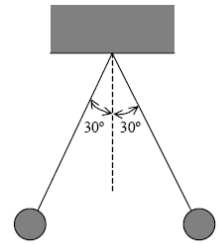
Sabiendo que el ángulo que forma con la normal es de 30° :

$$\text{tg}30 = \frac{F_e}{P} \Rightarrow F_e = q \cdot E = m \cdot g \cdot \text{tg}30 \Rightarrow E = \frac{m \cdot g \cdot \text{tg}30}{q} = 226321 \text{ N/C}$$

c) La diferencia de potencial entre dos láminas paralelas viene dada por la expresión:

$$\Delta V = E \cdot d = 226321 \cdot 8 \cdot 10^{-2} = 31392 \text{ V}$$

4.- En los extremos de dos hilos de peso despreciable y longitud $l = 1\text{ m}$ están sujetas dos pequeñas esferas de masa $m = 10\text{ g}$ y carga q . Los hilos forman un ángulo de 30° con la vertical.



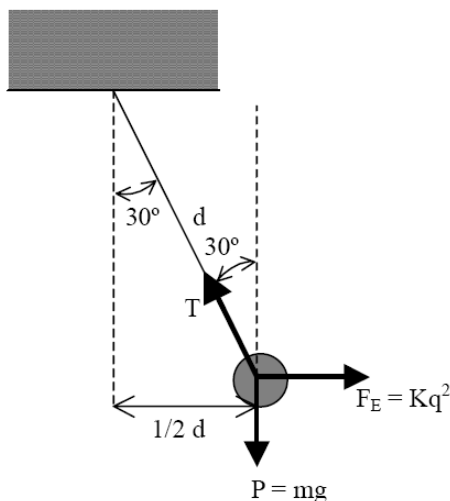
a) Dibujar el diagrama de las fuerzas que actúan sobre las esferas y determinar el valor de la carga q

b) Si se duplica el valor de las cargas, pasando a valer $2q$, ¿qué valor deben tener las masas para que no se modifique el ángulo de equilibrio de 30° ?

a) Calculamos en primer lugar el valor de la fuerza de carácter eléctrico que interviene en el sistema:

$$F_E = K \frac{q^2}{d}; \quad \frac{1}{2}d = l \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow d = 1\text{ m}; \quad F_E = Kq^2$$

Como el sistema está en reposo, la suma de las componentes de las fuerzas en cada eje se debe anular. Pintamos las fuerzas que actúan sobre una esfera y planteamos las ecuaciones para la misma.



$$\text{Eje x: } T \cos 30^\circ - mg = 0$$

$$\text{Eje y: } T \sin 30^\circ - Kq^2 = 0$$

Despejamos T de la primera ecuación y la sustituimos en la segunda.

$$T = \frac{mg}{\cos 30^\circ} = \frac{0,1 \cdot 9,8}{\cos 30^\circ} = 0,113\text{ N}$$

$$q^2 = \frac{T \sin 30^\circ}{K} = \frac{mg \cdot \tan 30^\circ}{K} = \frac{0,01 \cdot 9,8 \cdot \tan 30^\circ}{9 \cdot 10^9} = 6,3 \cdot 10^{-12}$$

$$q = 2,5 \cdot 10^{-6}\text{ C} = 2,5\ \mu\text{C}$$

b) Si se duplica el valor de las cargas, cambia el valor de todas las fuerzas que forman parte del sistema. Calculamos previamente el valor de la nueva tensión a partir del valor de las cargas.

$$T = \frac{Kq^2}{\sin 30^\circ} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{0,5} = 0,45\text{ N}$$

Despejamos el valor de la masa que mantendría en equilibrio el sistema.

$$m = \frac{T \cdot \cos 30^\circ}{g} = \frac{0,45 \cdot \cos 30^\circ}{9,8} = 0,04\text{ kg} = 40\text{ g}$$

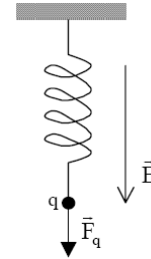
5.- Una partícula de masa despreciable y carga: $Q = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, se sujeta del extremo de un muelle que a su vez se cuelga del techo. A continuación se crea un campo eléctrico uniforme, de intensidad $E = 2,5 \cdot 10^8 \text{ V/m}$ y cuyas líneas de campo son verticales, bajo cuya acción se observa que el muelle se alarga 1 cm. Calcular la constante elástica del muelle

Como la masa de la carga es despreciable, la única fuerza que actúa sobre el muelle es la eléctrica producida por el campo.

Aplicando la ley de Hooke:

$$F = -k \cdot x$$

$$-E \cdot q = -k \cdot x; \quad k = \frac{E \cdot q}{x} = \frac{2,5 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{10^{-2}} = 500 \text{ N/m}$$



6.- En un punto P exterior a una esfera conductora cargada, el potencial eléctrico es $V = 900 \text{ V}$ y el campo eléctrico tiene una intensidad $E = 180 \text{ N/C}$.

- a) Determina la carga de la esfera y la distancia entre P y el centro de la esfera.
 b) Si el potencial de la esfera conductora es 4,5 kV, ¿cuál es su radio? ¿Qué campo eléctrico hay en su interior?

a) Resolvemos el sistema que se forma con estos datos:

$$\left. \begin{array}{l} V = K \frac{q}{r} = 900 \\ E = K \frac{q}{r^2} = 180 \end{array} \right\} \begin{array}{l} q = \frac{900r}{K}; \quad \frac{900r/K}{r^2} = 180; \quad \frac{900}{180} = r; \quad r = 5\text{m} \end{array}$$

Sustituyendo para el valor de q se tiene:

$$q = \frac{900 \cdot 5}{9 \cdot 10^9} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ C} = 0,5 \mu\text{C}$$

b) En la superficie de la esfera se cumple que:

$$V = K \frac{q}{R}; \quad R = \frac{Kq}{V} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{4500} = 1 \text{ m}$$

El campo eléctrico en el interior de los conductores es cero.