2º G Bach. Física - Prueba Inicial , *M.A.S* -

1.- Escribir la ecuación de la elongación del M.A.S. e indicar el significado de cada uno de sus términos. Escribir también las ecuaciones de la velocidad y la aceleración.

Un Movimiento Armónico Simple es un movimiento vibratorio u oscilatorio que se produce en una sóla dimensión (por ejemplo la oscilación de una masa sujeta al extremo de un muelle) y en el que la distancia al origen (o punto de equilibrio) viene dada por la ***ecuación de la elongación:***

$$\boxed{x(t)=A\ sen(\omega\ t+\varphi_0)}$$

Una partícula que se mueve siguiendo la anterior ecuación es un *oscilador armónico simple*

En la ecuación de la posición se distinguen los siguientes términos:

- x(t) : es la *elongación* , o distancia al punto de equilibrio (de forma abreviada: x)
- A : es la *amplitud* , o elongación máxima
- ω : es la *pulsación o frecuencia angular* y está relacionada con el *período* (T) y la *frecuencia* (f) a través de unas expresiones análogas a las del movimiento circular uniforme, es decir:
  $\omega = 2\ \pi\ f = 2\ \pi\ /\ T$
- *($\omega t + \varphi_0$)* es la *fase* y φ_0 es la *fase inicial , que se expresan en* ***radianes.***

Las ***ecuaciones de la velocidad*** y de la ***aceleración*** se obtienen derivando sucesivamente la ecuación de la elongación:

$$\boxed{\begin{array}{l} v(t)=\dfrac{dx}{dt}=A\ \omega\ \cos(\omega\ t+\varphi_0) \\[2em] a(t)=\dfrac{dv}{dt}=-A\ \omega^2\ sen(\omega\ t+\varphi_0) \end{array}}$$

2.- Escribir las expresiones de la velocidad y la aceleración del M.A.S. en función de la elongación.

Comparando las ecuaciones de la aceleración y de la elongación, se deduce fácilmente que:

$$\boxed{a=-\omega_2\ x}$$

Elevando al cuadrado ambas ecuaciones (elongación y velocidad), sumando y simplificando, se obtiene:

$$\boxed{v^2=\omega^2(A^2-x^2)\ \Rightarrow\ v=\sqrt{\omega^2(A^2-x^2)}}$$

3.- Obtener la expresión F = - K.x , e indicar el significado de K. Expresar el período (T) y la frecuencia del oscilador (f) en función de su masa y de la constante elástica.

Se parte de la 2ª Ley de Newton y se expresa la aceleración del oscilador en función de la elongación, teniendo en cuenta que *F* es la fuerza recuperadora que actúa sobre la masa *m*.

$F=m.a=m\ (-\omega^2\ x)=-m\ \omega^2\ x=-k\ x$, siendo : $k=m\ \omega^2\ \Rightarrow\ \omega=\sqrt{k/m}$

el período será: $\boxed{T=2\pi/\omega=2\pi\ \sqrt{m/k}}$ y la frecuencia: $\boxed{f=\omega/2\pi=\dfrac{\sqrt{k/m}}{2\pi}}$

4.- Expresar la Energía potencial y la Energía cinética del M.A.S. en función de la elongación y obtener la expresión de la Energía mecánica.

$$E_c=\frac{1}{2}\ m\ v^2=\frac{1}{2}\ k\,(A^2-x^2)$$

$$E_p=\frac{1}{2}\ k\ x^2$$

sumando ambas ecuaciones : $\boxed{E_m=E_c+E_p=\dfrac{1}{2}\ k\ A^2=cte}$

5.- Disponemos de un muelle del cual hemos comprobado que se alarga 2,5 cm respecto a su posición de equilibrio cuando se le aplica una fuerza de 0,75 N.

a) Determinar la constante elástica de dicho muelle.

Si unimos al muelle anterior un cuerpo de masa 1,5 kg se constituye un sistema elástico que se deja oscilar libremente sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Sabiendo que en t = 0 el cuerpo se encuentra en la posición de máximo desplazamiento, x = 30 cm, respecto a su posición de equilibrio, determinar :

b) La expresión matemática del desplazamiento del cuerpo en función del tiempo.
c) La velocidad y la aceleración máximas del cuerpo.
d) Las energías cinética y potencial cuando el cuerpo se encuentra a 15 cm de la posición de equilibrio.

a) La constante elástica se obtiene de $F_r = -k\,x$, siendo *x* el alargamiento del muelle desde la posición de equilibrio y F_r la fuerza recuperadora que opone el muelle ante dicho alargamiento y que, lógicamente, es la opuesta de la fuerza aplicada. Es decir :

$$F_r = -F_a = -k\ x \ \Rightarrow \ k = \frac{F_a}{x} = \frac{0{,}75\,N}{0{,}025\,m} = 30\,N/m$$

b) La amplitud del movimiento es el máximo valor del desplazamiento, o sea : *A = 30 cm = 0,3 m*

La frecuencia angular se calcula a partir de la masa y de la constante elástica :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{30\,N.m^{-1}}{1{,}5\,kg}} = \sqrt{20}\ s^{-1} = 2\sqrt{5}\ s^{-1}$$

La ecuación del desplazamiento o elongación será de la forma :

$$x(t) = 0{,}3\ sen(2\sqrt{5}\ t + \varphi_0)\ \ (m) \quad \text{con la condición inicial :} \quad x(0) = 0{,}3\,m \quad para \quad t = 0\ s$$

Sustituyendo los valores iniciales, tendremos :

$$x(0) = 0{,}3\ sen(\varphi_0) = 0{,}3 \ \Rightarrow \ sen(\varphi_0) = 1 \ \Rightarrow \ \varphi_0 = \pi/2$$

con lo que la ecuación completa será : $\boxed{x(t) = 0{,}3\ sen(2\sqrt{5}\ t + \pi/2)\ \ (m)}$

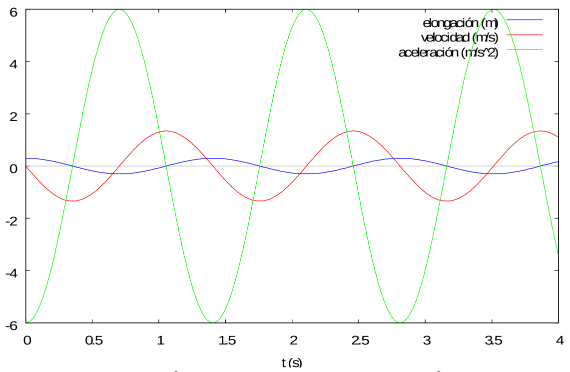
c) Los valores máximos (absolutos) de la velocidad y la aceleración serán:

$$|v_{max}| = A\ \omega = 0{,}6\sqrt{5}\ m.s^{-1} = 1{,}34\ m.s^{-1} \quad , \quad |a_{max}| = A\ \omega^2 = 6\ m.s^{-2}$$

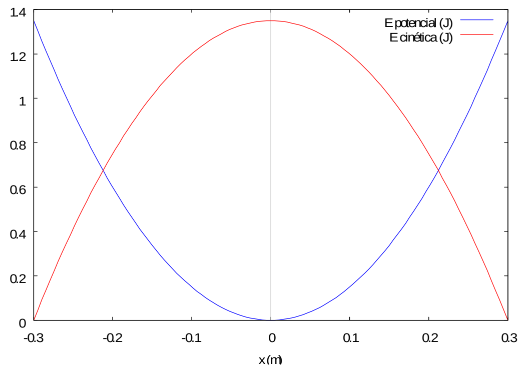
d) Ambas energías se calculan en función de la elongación, para el caso : *x = 15 cm = 0,15 m*

$$E_c = \frac{1}{2}\ k(A^2 - x^2) = 1{,}0125\ J \quad , \quad E_p = \frac{1}{2}\ k\ x^2 = 0{,}3375\ J$$

Ampliación : gráficas del movimiento y curvas de energía



(elongación, velocidad y aceleración)



(Energías cinética y potencial)